

用于粘性可压缩流动 数值计算的 S M P L E 方法

西安交通大学 张谋进**

香港理工大学 黄灿明 M. J. Pomfret

【摘要】对 S M P L E 方法加以推广,使之适用于可压缩粘性流动的数值计算。采用非交错网格技术,推出三维任意曲线坐标系下可压缩形式 S M P L E 方法的计算方程。对亚音速、跨音速及超音速等5个流场进行了数值计算并与有关文献及实验数据进行比较,结果相符很好,且有较快的收敛速度、有较大的应用前景。

主题词: 数值计算 可压缩流动 粘性流动

分类号: O 241

以压力为基本求解变量的方法对于任何马赫数的流动都是适用的^[1-5]。S M P L E 方法是一种以压力为基本求解变量的方法^[6]。此方法自提出以来已在不可压缩流动问题求解方面取得了很大的成功。本文旨在将广泛应用于不可压缩流动问题计算的 S M P L E 方法推广至可压缩流动,使它适用于亚音速、跨音速及超音速流动的数值计算。

1 控制方程及计算方法

在三维任意曲线坐标系 (ξ, η, τ) 下,稳态 N - S 方程和能量方程均可写为:

$$\text{div}[\rho \vec{u} \Phi - \Gamma^\Phi \text{grad} \Phi] = S^\Phi \quad (1)$$

Φ 分别为 $1, u, v, w$ 和 T , 分别表示连续性方程、动量方程及能量方程。 Γ^Φ 为广义扩散系数, S^Φ 为源项。状态方程为 $P = \rho R T_0$ 。

根据控制体法,将上述方程写成离散形式,具体推导见文献[4]

$$\left[\left(M_1 \Phi - D_1 \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) \Delta \eta \Delta \tau \right]_{e_w} + \left[\left(M_2 \Phi - D_2 \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) \Delta \xi \Delta \tau \right]_{\tau_s} + \left[\left(M_3 \Phi - D_3 \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} \right) \Delta \xi \Delta \eta \right]_{d_u} = S \quad (2)$$

其中, e, w 等为控制体各界面上的中心点, D_i 为扩散系数。 $M_1 = \rho(uJ_{11} + vJ_{21} + wJ_{31}) = \rho G_1$, $M_2 = \rho(uJ_{12} + vJ_{22} + wJ_{32}) = \rho G_2$, $M_3 = \rho(uJ_{13} + vJ_{23} + wJ_{33}) = \rho G_3$ 。 J 为 Jacobi 行列式。 J_{ij} 为 Jacobi 行列式中 (i, j) 元素的代数余子式。将(2)式进行离散化处理,其表达式可进而写为

$$A_P \Phi_P = \sum_{i \in \text{NWSUD}} A_i \Phi_i + S \quad (3)$$

其中, A_N 、 A_E 等为系数, 由对流与扩散项构成, $A_P = \sum_i^{NEW SUD} A_i$ 。

SMPLE 方法中, 引入校正概念, 各物理量的求得是通过迭代进行的。其中通过压力校正量与速度校正量的关系, 由连续性方程得到压力校对方程, 给定合适的边界条件, 求解得到压力校正值, 进而得到速度校正值^[6]。各物理量可表示为已知值(以上标 * 表示)及校正值(以上标 ' 表示)之和, 即

$$\begin{cases} u = u^* + u', & v = v^* + v', & w = w^* + w' \\ P = P^* + P', & \rho = \rho^* + \rho' \end{cases} \quad (4)$$

对于单位面积上的质量流量 $M_1 = M_1^* + \rho^* G_1' + \rho' G_1^*$ 。由动量方程可得到压力校正值与速度校正值的关系^[4], 进而有

$$M_1 = M_1^* + B_1 P_3' + C_1 P_\eta' + D_1 P_\tau' + G_1^* P' \quad (5)$$

式中, B_1 、 C_1 和 D_1 为系数。

对于不可压流动, 由于无密度变化, 因而上式中的最后一项消失。将其代入方程(2)并令 $\Phi = 1$, 经推导即可得适用于不可压流动的压力校对方程, 而对于可压缩流动, 则密度的变化不可省略, 为得到计入密度变化影响的压力校对方程, 则应将(5)式代入连续性方程进而得到适用于可压缩流动的压力校对方程。但须找出密度校正值与压力校正值的关系 $\rho' = (\partial \rho / \partial P) P'$, 由等熵关系, 可得 $\rho' = P' / kRT$ 。由此(5)式可表达为

$$M_1 = M_1^* + B_1 P_3' + C_1 P_\eta' + D_1 P_\tau' + G_1^* P' / kRT^* \quad (6)$$

其它二个方向的质量通量 M_2 、 M_3 , 也有类似的与压力校正值相关的关系式。代入连续性方程, 即可得到可压缩形式的压力校对方程^[4]:

$$A_P P_P' = \sum_i^{NEW SUD} A_i P_i' + S$$

在推导压力校对方程时, 对流项采用了二阶迎风格式以提高离散精度。系数 A_E 、 A_W 有以下表达式:

$$A_E = \left[\frac{\Delta \eta \Delta \mathcal{B}_1}{\delta \xi} \right]_e - \frac{\Delta \eta \Delta \tau \left| -\frac{G_{1e}^*}{kRT_E^*} \right|}{kRT_E^*} \quad (7a)$$

$$A_W = \left[\frac{\Delta \eta \Delta \mathcal{B}_1}{\delta \xi} \right]_w - \frac{\Delta \eta \Delta \tau \left| \frac{G_{1w}^*}{kRT_W^*} \right|}{kRT_W^*} \quad (7b)$$

其它系数 A_N 、 A_S 、 A_U 和 A_D 也有类似的表达式。

至此, 由于在压力校对方程中引入了密度变化影响项, 因而此压力校对方程可以对可压缩流动进行计算。

在本文的计算中还采用了非交错网格技术^[1], 以避免为采用交错网格技术而要用速度的逆变或协变分量做为动量方程求解主变量时所产生的方程推导繁琐, 编程不便以及计算中大量的插值运算等不足^[4]。

2 计算实例

计算均按层流进行, 空气的 Prandtl 数为 0.72, 除第一例以外, μ 均取为 $1.8 \times 10^{-5} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ 。边界条件处理如下: 进口边界上给定总压、总温及气流角; 固体壁面边界上给定无滑移、无渗透条件, 温度给定总温, 压力由内点外推得到; 出口边界对亚、跨音速问题给定背压, 其

它参数均由外推得到,对超音速问题则所有参数均由外推得到;对称边界上给定对称性条件,即 $\partial\Phi/\partial n = 0$ 。

计算中,当压力校正方程余量的欧几里德范数下降不少于 3 个数量级时,认为计算已达到收敛,同时出口截面与进口截面上质量流量的相对误差不大于 10^{-3} ,进口截面上二次迭代间的质量流量的相对误差不大于 10^{-5} 。

2.1 双圆弧平面叶栅中的亚音速流动

文献[1]给出了一栅距为 2 的 10% 双圆弧平面叶栅算例,来流马赫数为 0.5,弦长雷诺数为 8065,弦长为 1。为使本文的三维计算软件能对二维进行计算,在宽度方向上取 3 倍的弦长并在相应的边界上按对称条件处理。计算区域的选取及边界条件的处理见文献[1],计算网格为 $7 \times 33 \times 69$ 。其中宽度方向上有 7 个网格点,高度方向上有 33 个网格点,流动方向上有 69 个网格点。叶型表面附近网格线适当加密,在高度方向上第一个内点与壁面的距离为弦长的 0.00122 倍。叶片表面压力分布的计算值与文献[1]结果的比较见图 1,在大部分区域中本文的计算值与其它三位研究者的结果相符很好,在叶片尾缘点附近的分离区中,本文的计算值与 Chima 的结果较为接近。在流动方向的三个位置上,叶片表面的速度分布与文献[1]结果的比较相符很好。叶片尾缘处速度矢量显示可看出在尾缘点附近有分离区出现。

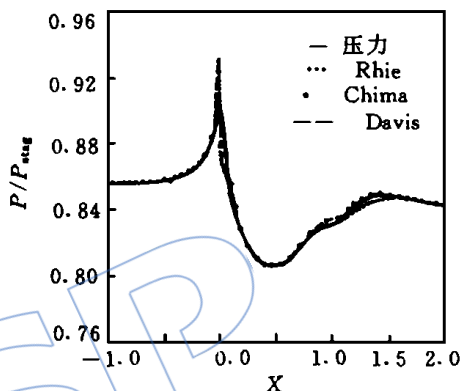


图1 叶片表面压力分布 ($M_{in} = 0.5$)

2.2 具有圆弧凸包通道中的跨音速流动

此二维凸包通道其高度及凸包长度均为 1,通道总长为 3,凸包高度为凸包长度的 10%。来流马赫数为 0.675。为得到二维的计算结果,处理方法与上例同。计算网格为 $9 \times 41 \times 151$,即流动方向上有 151 个网格点,高度方向上有 41 个网格点,宽度方向上有 9 个网格点。本文计算的等马赫数线分布见图 2。与文献[7]的计算结果比较表明,二者相符很好,在激波强度的预测方面,本文的计算更好些。

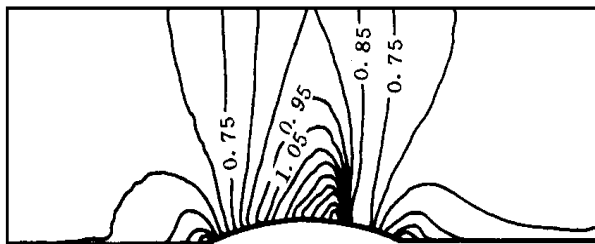


图2 凸包通道等马赫线 ($M_{in} = 0.675$)

2.3 喷管中的超音速流动

文献[8]给出了 5 个缩放喷管中超音速流动的实验数据。以其中 A_2 、 B_1 和 B_2 三个喷管做为计算实例。尽管实验数据显示 3 个喷管中的流动呈现出较好的二维性,本文仍按实际的三维流场进行计算。喷管的详细几何参数可参见文献[8]。

在计算中,网格在壁面及喷管喉部处适当加密且为比较网格数目对计算结果的影响,对 A_2 、 B_2 算例进行了 4 种网格 $11 \times 17 \times 69$, $11 \times 25 \times 99$, $11 \times 33 \times 131$ 和 $11 \times 37 \times 161$ 的计算以得到与网格无关的解。

A_2 喷管:沿壁面及中心线的压力分布及与实验数据的比较见图 3。由图 3 可以看出,本文

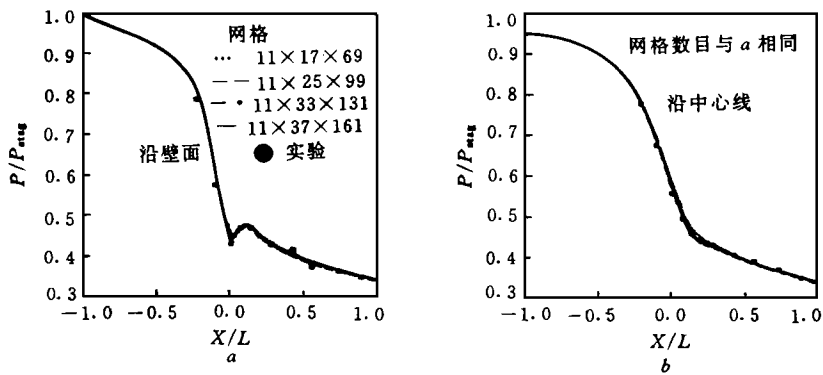


图 3 沿壁面及沿中心线压力的分布(喷管 A₂)

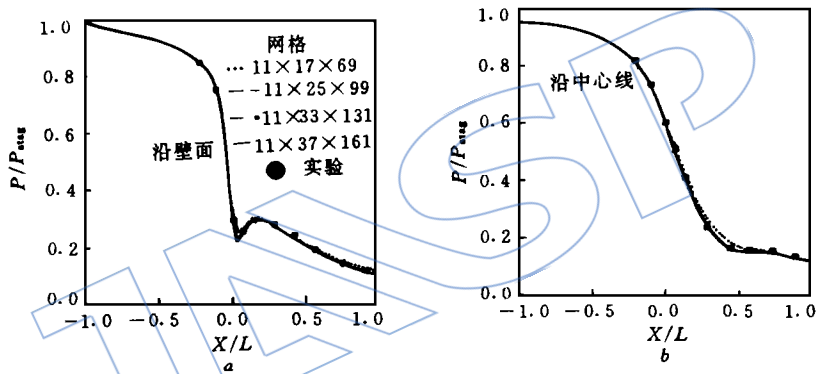


图 4 沿壁面及中心线压力的分布(喷管 B₁)

计算值与实验数据相符很好, 且网格数目对计算结果影响很小。

B₁ 喷管: 沿壁面及中心线的压力分布及与实验数据的比较见图 4。比较表明, 计算值与实验数据相符很好。网格数目对计算结果影响不大。网格为 $11 \times 37 \times 161$ 时的收敛曲线见图 5。由图可知, 收敛过程平稳且有较快的速度。

B₂ 喷管: B₂ 喷管与 B₁ 喷管的基本几何尺寸是相同的, 但在喉部处有区别, 因而两个喷管性能不同。本例计算用 $11 \times 37 \times 161$ 网格进行。沿壁面和中心线上的压力分布及与实验数据和喷管 B₁ 的数据比较见图 6。计算值与实验数据相符很好, 揭示出了两个喷管性能上的不同。

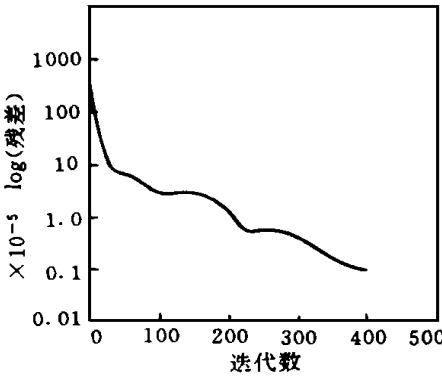
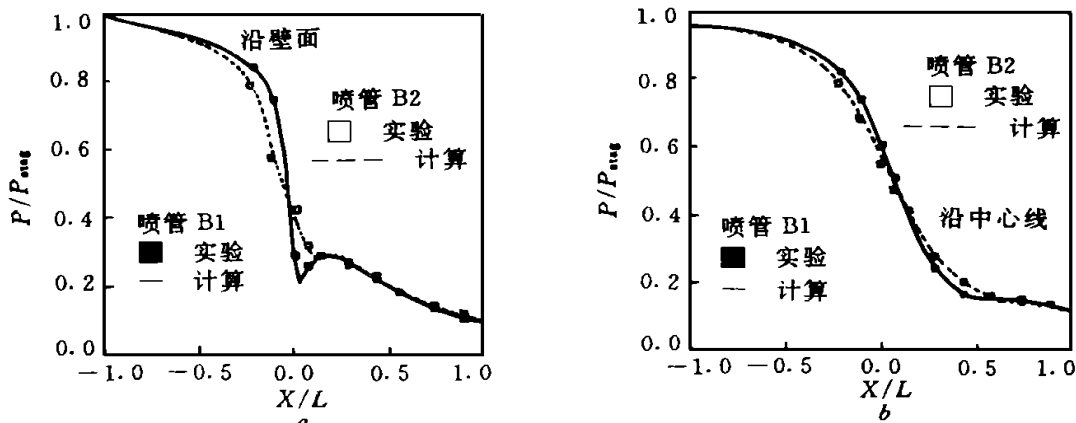


图 5 收敛曲线(喷管 B₁)

图 6 沿壁面及中心线压力的分布(喷管B₂)

3 结 论

将三维任意曲线坐标系下不可压缩流动的SMPL E方法推广至可压缩流动计算,对亚音速、跨音速及超音速流动等5个算例进行了数值研究。计算结果与实验数据及有关文献结果相符很好。本方法对有分离的流动、激波的捕获以及超音速流动的分析都是成功的,且有较快的收敛速度,有很广泛的应用前景。

参 考 文 献

- 1 Rhie C M. A Pressure Based Navier-Stokes Solver Using Multigrid Method AIAA Paper 86-0207, 1986
- 2 Hah C. Calculation of Three-Dimensional Viscous Flows in Turbomachinery with an Implicit Relaxation Method J. Propulsion, 1987, 3: 415-422
- 3 Karki K C, Patankar S V. Pressure Based Calculation Procedure for Viscous Flows at All Speeds in Arbitrary Configuration J. AIAA, 1989, 27: 167-1174
- 4 张谋进 粘性内流的CSMPL E方法及可压缩性影响的数值与实验研究: [学位论文] 西安交通大学博士学位论文, 1993
- 5 Demirdzic I, Lilek Z, Peric M A. Collocated Finite Volume Method for Predicting Flows at All Speeds Int. J. Numer. Methods in Fluids, 1993, 16: 1029-1050
- 6 Patankar S V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. McGraw-Hill, 1980
- 7 Shyy W. A Numerical Study of Two-Dimensional Compressible Navier-Stokes Flows Numerical Heat Transfer, 1988, 14: 323-341
- 8 Mason M L, Putnam L E, Re R J. The Effect of Throat Contouring on Two-Dimensional Converging-Diverging Nozzle at Static Conditions NASA TN-1704, 1980

(责任编辑 杨再荣)

STABLE UNBALANCED RESPONSE OF MULTIROTOR WITH SFD AND TAPERED GEAR ENGAGING

Ren Pingzhen and Yang Haiyan

(Aeroengine Dept Northwesten Polytechnical University, Xi'an 710072)

ABSTRACT The paper deals with a method to calculate the stable- unbalanced response of a multirotor system, supported on Square Film Damper (SFD) and engaged with the tapered gears, to bending and torsioning vibrations. The influence of SFD and engaging gear of an abnormal structure engine rotor on the stable- unbalanced response of bending and torsion coupling has been studied. A transfer matrix is deduced which is able to determine the gear's unstable response to engaging forces (in 3 directions) and torque. The transfer matrix couples bend and torsion between not only tapered gears, but also abnormal structure and engine shaft. A formula is set up for calculating the potential energy, kinetic energy and energy distribution in the multirotor system. A general computer program is worked out to calculate the engery and the stable- unbalanced response of the multirotor with the tapered gear and SFD.

Key Words Bevel gears Engage Dampers Rotors

A SIMPLE ALGORITHM FOR VISCOUS COMPRESSIBLE FLOWS

Zhang Moujin

(Fluid Engineering Dept Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

Wong C. M. and Pomfret M. J.

(Mechanical Engineering Dept The Hong Kong Polytech University, Hong Kong)

ABSTRACT Based on the SIMPLE algorithm, a three- dimensional pressure-based finite volume calculation procedure for compressible flows in arbitrary- shaped domains is presented. The pressure is evaluated by the compressible form of the pressure- correction equation of SIMPLE algorithm. The present method is used to compute a number of cases ranging from subsonic flows to supersonic flows. The computed results are in good agreement with the available published experimental and computed data.

Key Words Compressible flow Viscous fluid Numerical computation

DOWNSTREAM FLOW AND HEAT TRANSFER OF A FILM COOLING FLARED HOLE INCLINED AT 60°

Xu Hongzhou, Liu Songling, Xu Duchun

(7th Dept Northwesten Polytechnical University, Xi'an 710072)

ABSTRACT The flow field and heat transfer downstream from a film cooling flared hole has been investigated experimentally. The jet hole with a flared angle of 15° or 30° was oriented so that its streamwise injection angle with respect to the test surface is 60° . A delicate five- hole probe and thermocouple were applied to measurement of the three- dimensional flow field and the heat foil method was used to obtain surface heat transfer distribution. Experiments indicate that the longitudinal velocity contours in the downstream boundary layer of the flared exit have three basic forms. With increasing area of the jet exit, the flared hole increases the spreading of the jet and decreases the strength of the longitudinal vortex appreciably, in result the film cooling effectiveness much greater than that of a circular hole. For the high blowing ratio and big flared angle, the flared hole jet still produces a successful heat protection downstream and high cooling effectiveness.

Key Words Cooling Flow Heat transfer